Digitale Erfassung und Analyse von Kristallisationsbildern – die Fraktaldimension

Christine Ballivet, Johannes Wirz, Haijo Knijpenga, Catherine Mennessier, Aurélien Hazebrouk, Kathlyn Jean-Marie

Zusammenfassung

Kristallisationsbilder können als Fraktalobjekte betrachtet und unter dem Gesichtspunkt ihrer Fraktaldimension miteinander verglichen werden. In Zusammenhang mit den Untersuchungen an Knollen transgener Kartoffelpflanzen mit der Empfindlichen Kristallisation (*Knijpenga* in diesem Heft) wurden 216 Stichproben von Kristallisationsbildern transgener Kartoffeln und deren Kontrolle digital erfasst, mathematisch-morphologisch verarbeitet und die Fraktaldimension des gewonnenen Objekts berechnet. Die statistischen Analysen der Resultate zeigen, dass die Fraktaldimension als bildnaher Formparameter geeignet ist, gentechnisch veränderte Konstrukte untereinander und von der nicht manipulierten Ausgangssorte zu unterscheiden.

Summary

Crystallisation pictures can be regarded as fractals and compared with each other with respect to their fractal dimension. In the context of sensitive crystallisation studies on tubers of transgenic potato plants (*Knijpenga* in this issue), digital scans of 216 random samples of crystallisation pictures of transgenic potatoes and controls were treated with a mathematical-morphological procedure and their fractal dimension calculated. Statistical analysis of the results shows that the fractal dimension, a form parameter that is closely related to the picture, is suitable for distinguishing genetically modified constructs from one another and from the unmodified parent variety.

Einleitung

Die vergleichende Betrachtung von Kristallisationsbildern (KB) ist Grundlage für die qualitative Bewertung von Unterschieden in Anbau, Lagerung, Verarbeitung und Erzeugung von Kulturpflanzen. In der heutigen Wissenschaftskultur wird der Ruf nach quantitativen Ergänzungen der Methode mit der Möglichkeit einer statistischen Analyse immer lauter. Diesem Ruf wollen wir folgen. Im vorangehenden Artikel wurde eine Ranking-Methode beschrieben, die mit einer halbquantitativen Vorgehensweise erlaubt, relevante Unterschiede in Grundstruktur und Nadelzügen von KB zu erfassen und zu benoten. Hier soll ein weiteres Verfahren vorgestellt werden, das

den Kanon von digitaler Bilderfassung und -analyse ergänzt. Anders als andere Methoden, die z.B. Graustufen erfassen und bewerten (*Andersen* 1999), wird hier der Versuch vorgestellt, einen bildnahen Formparameter, die Fraktaldimension, zu ermitteln und statistisch zu analysieren. Dieser Parameter stellt einen ersten Schritt zu einer digitalen Analyse dar und wird in laufenden Projekten, sowohl im Blick auf die Anwendung von Proben anderen Ursprungs als auch in Bezug auf die Entwicklung zusätzlicher bildnaher Formparameter erweitert.

1 Material und Methode

Die Fraktaldimension (FD) beruht auf den Prinzipien der Fraktalgeometrie von *Mandelbrot* (1995), die entwickelt wurde, um komplexe Objekte (z.B. das Erdrelief, die Mondoberfläche, den Küstenverlauf, Wolkenbildung u.a.) zu beschreiben, die mit klassischer Geometrie nicht formalisiert werden können.

Solche Bildungen besetzen den Raum nicht in der gleichen Art wie dreidimensionale Objekte. Sie sind durch ihre Unregelmäßigkeit und ihren strukturlosen, «zufälligen», vorübergehenden Aspekt gekennzeichnet. Sie sind jedoch nicht bloß Chaos. Mandelbrot sah in diesen Objekten eine Ordnung, die bisher nicht erfassbar war und in Strukturwiederholungen in immer kleineren Maßstäben besteht. Die Art, wie sich diese Gegenstände über verschiedene Dimensionen hinweg darstellen, ist strukturidentisch. Deshalb werden Objekte dieser Ordnung als «selbstähnlich» bezeichnet. Um den Grad der Selbstähnlichkeit bestimmen zu können, ging Mandelbrot über die Dimensionen 0, 1, 2, 3 … hinaus und führte gebrochen rationale Dimensionen ein, die er «Fraktale» nannte. Die Fraktaldimension stellt also das Verhältnis dar, das sich ergibt, wenn man von der Untersuchung des ganzen Objektes zu deren Einzelteilen übergeht. Nehmen wir z. B. ein Aggregat von irgendwelchen Elementen (Zweige, Relief, Partikel). Wir betrachten dann eine Kugelfläche mit Radius r, die ein Element im Zentrum hat. Wir berechnen die Anzahl N von Partikeln, die innerhalb dieser Kugel enthalten sind. Man wird dann finden, dass N proportional zu r^D ist, wobei D die Fraktaldimension des Aggregat ist. Es ergibt sich der entsprechende Wert:

$$D = \frac{\log N(r)}{\log (1/r)}$$

Die Empfindliche Kristallisation ergibt im KB Grundstrukturen, die aus Verzweigungen einer zweiten bis fünften Ordnung bestehen. Dichte und Integration der Einzelteile in der ganzheitlichen Grundstruktur des Bildes sind signifikante Kriterien für die visuelle Auswertung (siehe Tab. 2 in Knijpenga et al. in diesem Heft). Für den Versuch, diese Grundstruktur mit Formpara-