

Raum und Metamorphose. Die lebendige Raumauffassung in der projektiven Geometrie¹ Teil I

Christina Moratschke

Zusammenfassung

Im ersten Teil des Aufsatzes werden einige grundlegende Besonderheiten der projektiven Geometrie vorgestellt. Dieser liegt eine Denkweise zugrunde, die geeignet ist, das unendlich Ferne in die Betrachtung mit einzubeziehen. Die Grundelemente Punkt, Gerade und Ebene werden dadurch neu überschaubar. Ferner wird das Prinzip der Polarität erläutert und ein Blick auf den Raum geworfen. Rudolf Steiners Darstellung der Goetheschen Raumauffassung zeigt Spuren der Beschäftigung mit der projektiven Geometrie und arbeitet heraus, dass man die drei Dimensionen des Raumes als Erkenntnisstufen auffassen kann. Dies entspricht der organischen Raumauffassung Goethes. Die dreifache Ausdehnung und Zusammenziehung, die Goethe im Verlauf seiner Studien an der Pflanze als das Grundprinzip der pflanzlichen Entwicklung gefunden hat, zeigt die Pflanze als in den Raum eingebettetes und diesen auch zum Ausdruck bringendes Wesen. Die drei Dimensionen des Raumes (als Erkenntnisstufen aufgefasst) korrespondieren mit dieser dreifachen Ausdehnung und Zusammenziehung.

Summary

In the first part of this article some key elements of projective geometry are introduced. This geometry is based on a way of thinking that is able to take the infinitely distant into consideration. Through this, the fundamental elements of point, line and plane can be described in a new way. We will elucidate the principle of polarity and gain a new look at the concept of space. Rudolf Steiner's portrayal of Goethe's idea of space reveals that he had worked with projective geometry in his early years of study. Steiner

1 Der vorliegende Text dokumentiert Ergebnisse aus der gemeinsamen Arbeit von Roland Neff und Christina Moratschke aus den Jahren 2011-2014. Roland Neff ist im Dezember 2014 verstorben. Wenige Tage vor seinem Tod formulierte er mündlich die Idee der Identität von Goethes Raumauffassung mit derjenigen der projektiven Geometrie.

points out that the three dimensions of space can be understood as three distinct levels of knowledge which correspond to Goethe's organic idea of space. Goethe studied the metamorphosis of plants and discovered three phases of expansion and contraction as constituting principles. They are expressed to different extents during the development of an individual plant. Thus, these three phases correspond to the three dimensions of space and therefore to the above mentioned levels of knowledge.

I. Grundlegendes zur projektiven Geometrie

a. Punkt, Gerade, Ebene und die Dualität

Die projektive Geometrie ist eine Entwicklung der Neuzeit. Sie löst eine Schwierigkeit, die in der euklidischen Geometrie offen bleibt, nämlich die Frage, wie es mit dem Schnittpunkt von parallelen Geraden bestellt ist. Für die euklidische Geometrie ergibt sich hier eine Definitionslücke, die für die gedankliche Geschlossenheit des Systems ein schwerwiegendes Problem darstellt. Denn zwei Geraden, die in einer gemeinsamen Ebene liegen, also nicht windschief sind, haben immer genau einen Schnittpunkt. Wenn man, so wie Euklid dies getan hat, im Falle der Parallelen eine Ausnahme macht, so kann man die Gesetzmässigkeit zwar immer noch in den anderen Fällen anwenden, sie ruht aber auf einem unsicheren, nicht durchschaubaren Untergrund auf. Für das menschliche Bestreben, im Erkennen einen festen Grund zu finden, kann dies als ernsthaftes Hindernis erlebt werden. Zwar ist der Mensch des 20. und noch mehr des 21. Jahrhunderts ohnehin einer tiefen Unsicherheit in vielen Lebensbereichen ausgesetzt, aber gerade dadurch wird die Frage nach der Möglichkeit von Erkenntnis und deren stützender Kraft umso aktueller. Für Euklid ist deutlich, dass sich Parallelen nicht schneiden können, da sie ja, soweit man sie auch verfolgen mag, den stets gleichen, einmal angenommenen, Abstand beibehalten (vgl. z.B. *Adams* 1965, Kap. 1). Sobald man die Messung des Abstands als Erkenntnismittel heranzieht, ist das natürlich auch logisch. Die parallelen Geraden können weder näher zusammen kommen noch sich weiter voneinander entfernen. Also müssen die Verhältnisse, die man in einem begrenzten Ausschnitt zum Beispiel durch Zeichnung oder auch durch die Vorstellung zur Sichtbarkeit bringen bzw. innerlich verdeutlichen kann, für die Gerade in ihrer ganzen Erstreckung gültig sein. Gleichzeitig ist durch diese Vorgehensweise das Überschauen der Ganzheit verwehrt, denn: wo beginnt die Gerade und wo hört sie auf? Für praktische Zwecke kann ich eine Strecke von einer bestimmten Länge definieren, damit kann ich dann konstruieren oder auch rechnen. Man kann sich vorstellen, dass die Entdeckung solcher Anwendungsmöglichkeiten zu-