

Der Mensch und das Rätsel des Unendlichen – Mathematisches Denken zwischen Werden und Gewordenem

Uwe Hansen

Zusammenfassung

An einigen Beispielen aus Mathematik und Geometrie wird dargestellt, wie das Unendliche als Raum des Möglichen erscheint, wenn es als Prozess einer fortgesetzten gesetzmässigen Tätigkeit vorgestellt wird. Im Gegensatz dazu arbeitet die aktuelle Auffassung des Unendlichen mit einer Menge mathematischer Objekte, die einerseits unendlich viele Teile beherbergt, andererseits im Ganzen als konstante Grösse gehandhabt wird. Wird das Unendliche im Unterricht über das innere Konstruieren einer geometrischen Figur eingeführt, die sich auf eine «Grenzfigur» zubewegt, ermöglicht dies dem Schüler das Erlebnis eines zwar subjektiv hervorgebrachten, aber doch gesetzmässig bestimmten werdenden. Insofern dabei mathematische Gesetzmässigkeiten durch die innere Aktivität des Menschen in Erscheinung treten, wird verständlich, warum Rudolf Steiner das mathematische Tun als Musterbeispiel für eine übersinnliche Tätigkeit anführt. In dieser mathematischen Tätigkeit begegnen sich Geistiges und Physisches, sodass mathematisches Denken eine Brücke zum Geistigen bildet. Diese Brückenfunktion geht mit der Auffassung des Unendlichen als ein Aktual-Unendliches verloren.

Summary

Some examples from mathematics and geometry illustrate how the infinite appears as a space of possibility when presented as a process of continued lawful activity. In contrast, the actual concept of infinity works with a set of mathematical objects, which on the one hand contains an infinity of subsets, on the other hand is handled as a constant quantity. If the infinite is introduced in teaching by requesting the inner construction of a geometric figure, which moves towards a “boundary figure”, this enables the student to experience a “becoming” that is subjectively produced, but nevertheless lawfully determined. Insofar as mathematical laws only appear through the inner activity of man it becomes clear why Rudolf Steiner takes mathematical thinking as a prime example of an imaginative inner experience. The spiritual and physical realm meet in this activity. Mathematical thinking thus forms a bridge to the spiritual world. This bridge character is lost with the understanding of the infinite as a finite actuality.

«Die mathematischen Wahrheiten sind unabhängig von Ort und Zeit, bei ihnen gilt am einfachsten, dass ein Fall das Gleichnis für unendlich viele ist. Sie sind die erste wirklich geistige Nahrung der Seele.»

(Steiner 1995, S. 40)

Diese Worte schrieb Rudolf Steiner in sein Notizbuch. Sie deuten darauf hin, dass mathematische Beziehungen oft über sich selbst hinausweisen.

So kann die einfache Beziehung $3 \cdot 5 = 15$ zu der folgenden Frage führen: Zwischen der «3» und der «5» liegt die «4». Müsste es nicht einen Zusammenhang zwischen dem Ergebnis «15» und der «4» geben? Nun ist $15 = 4 \cdot 4 - 1$. Liegt hier eine allgemeine Gesetzmässigkeit vor? Wir prüfen drei andere Produkte:

$$\begin{aligned}4 \cdot 6 &= 24 = 5 \cdot 5 - 1 \\5 \cdot 7 &= 35 = 6 \cdot 6 - 1 \\9 \cdot 11 &= 99 = 10 \cdot 10 - 1\end{aligned}$$

Es scheint ein allgemeines Gesetz zu gelten. Es könnte heissen:

$$(\text{Zahl} - 1) \cdot (\text{Zahl} + 1) = \text{Zahl} \cdot \text{Zahl} - 1$$

oder abgekürzt:

$$(z - 1) \cdot (z + 1) = z \cdot z - 1$$

Diese Beziehung gilt tatsächlich für jede beliebige Zahl z , die man wählt.

Dieses Beispiel zeigt: Ein einziger Fall kann das Tor für eine Unendlichkeit von möglichen Fällen öffnen. Dies lässt es auch einleuchtend erscheinen, dass bereits Aristoteles vor über 2000 Jahren davon gesprochen hat, dass «das Unendliche als Möglich-sein [...] da ist.» Es ist «das Unendliche zu denken wie Tag und Olympiade, bei denen wieder und wieder ein Neues entsteht.»¹ Auch spricht Aristoteles davon, dass man «das Unendliche nicht als bestimmtes Ding auffassen» darf, «sondern als immerwährendes Werden und Vergehen, [...] .» Ausserdem betont er den Unterschied von *möglich* und *wirklich* und sagt, «dass eine Grösse nicht als Wirklich-sein unendlich sein kann.» Da die Schriften von Aristoteles in der lateinischen Übersetzung durch viele Jahrhunderte hindurch studiert wurden, wird das Unendliche des Möglich-Seins auch als ein *potentielles Unendliches* und das Unendliche als ein Wirklich-Sein dann als *aktuales Unendliches* bezeichnet. Für Aristoteles ist also das Unendliche nur als potentiell, also als der Möglichkeit nach, denkbar. So ist es möglich, eine Strecke beliebig oft zu teilen; eine Strecke besteht aber nicht aus unendlich vielen Teilen, die fertig gegeben sind. Eine potentielle Unendlichkeit ist stets unvollendet. Bis zum Ende des 19. Jh. fassten die Mathematiker und Philosophen das Unendliche potentiell auf.

1 Aristoteles: Physikalische Vorlesung, Buch III, 6a.