

# Zur relativistischen Herleitung und Anwendung der Lorentz-Formeln

Bernardo J. Gut

- A. Einleitung
- B. Die Herleitung der TF
  - 1. Definitionen
  - 2. Postulate
  - 3. Die speziellen TF
- C. Bemerkungen zur Herleitung der TF
- D. Ein folgenschwerer Entscheid
  - 1. Das Problem
  - 2. Der Standpunkt von Einstein (1905) und Sexl und Urbantke (1975)
  - 3. Der Standpunkt der Kritiker
  - 4. Der Standpunkt von Einstein (1918) und Born und Biem (1964) – und die Kritik dazu von Essen (1971) und Juhos (1967)
  - 5. Der Stellenwert der Logik
  - 6. Die Bedeutung von Experimenten
- E. Die Frage nach der Widerspruchsfreiheit der Postulate
- F. Zusammenfassung
- Literatur

## A. Einleitung

Seit A. Einsteins bahnbrechender Arbeit «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» (1905) leitet man die Lorentz-Transformationsformeln (= TF) ausgehend von einigen wenigen Postulaten her. Die Frage stellt sich:

«Welche logischen Konsequenzen ergeben sich aus der Herleitung der TF bezüglich Interpretation und Anwendung der TF bzw. der aus ihnen abgeleiteten Formeln?»

Dieser Problembereich hat mit dem experimentellen Nachweis von «relativistischen Effekten» nichts zu tun. Es geht *nur* um die Frage nach einem erkenntnislogischen Aspekt der speziellen Relativitätstheorie (= spez. R. th.) *als eines axiomatisierten Systems*. Die Ergebnisse können höchstens die *Deutung* von experimentell nachgewiesenen «relativistischen Effekten» berühren.

Es liegt in der Natur des anvisierten Problembereiches, dass man die Theorie entwickeln muss, bevor man ihm nachgehen kann. Bei der Herleitung der TF, ebenso wie bei der Erörterung des in Abschnitt D besprochenen kontroversen Falles, entschloss ich mich, die Gedankengänge möglichst umfassend zu referieren. Die Intention war, dem Leser alle wesentlichen Überlegungen der angeführten Autoren so unverfälscht wie möglich darzulegen und ihn dadurch an der Kontroverse teilnehmen zu lassen.

Erst nach der Diskussion um die aus der Herleitung der TF sich ergebenden Konsequenzen wende ich mich auch der Frage zu, ob die der Theorie zugrundeliegenden Postulate miteinander verträglich sind. Dass diese zweite Frage strenggenommen zuerst behandelt werden müsste, gebe ich gerne zu. Der erste Problembereich ist jedoch etwas einfacher, weniger brisant und lässt sich weitgehend losgelöst vom zweiten behandeln.

## B. Die Herleitung der TF

### 1. Definitionen

1.1: *Inertialsysteme*  $S^0, S', S'', \dots$  sollen Koordinatensysteme  $S^0, S', S'', \dots$  heissen, in denen keinerlei äusseren Kräften unterworfenen Körper sich gleichmässig-gradlinig bewegen. Insbesondere bewegen sich diese Inertialsysteme gleichmässig-gradlinig relativ zueinander.

1.2: *Relatives Ruhssystem*  $S^m$  heisse ein System  $S^m$ , in bezug auf welches ein von  $S^m$  aus beobachtetes System  $S^n$  sich bei konstanter (= gleichmässig-gradliniger) Relativgeschwindigkeit entlang der beiden Systemen gemeinsamen  $x$ -Achse bewegt.

1.3: *Relatives Bewegungssystem*  $S^n$  heisse ein System  $S^n$ , das von einem System  $S^m$  aus, bezüglich welches  $S^n$  sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, beobachtet wird.

## 2. Postulate

2.1: Die Kernlogik gelte absolut. (Zur Kernlogik werden hier besonders die Prinzipien der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten gezählt.)

2.2: Die Relativgeschwindigkeit des Inertialsystems  $S^r$  bezüglich  $S^0$  betrage  $+v$ .

2.3: Die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit jedes Lichtstrahls sei in bezug auf alle Systeme  $S^0, S', S'', \dots$  konstant und vom Betrag  $c$ .

2.4: Die in irgendeinem System  $S^m$  gefundenen mechanischen und elektromagnetischen Gesetze sollen ihre Form für Beobachter eines Systems  $S^n$  beibehalten und umgekehrt.

2.5: Die TF, welche den Übergang von einem System  $S^m$  zu einem System  $S^n$  vermitteln, seien der Form nach dieselben wie die TF, mit denen der Übergang von  $S^n$  zu  $S^m$  geschieht.

Die Postulate 2.1 und 2.2 werden meistens weggelassen. Sie halten jedoch Annahmen fest, die für die Herleitung der TF und für die Diskussion der Implikationen wesentlich sind.

Postulat 2.4, das Relativitätsprinzip, wird im allgemeinen etwas anders formuliert. Mit dem vorgeschlagenen Wortlaut soll lediglich betont werden, 1. für welche Art von Gesetzen das Prinzip angenommen wird und 2., dass man diese Gesetze jeweils in einem bestimmten System findet.

Postulat 2.5 knüpft im Wortlaut an eine Formulierung von *R. Nevanlinna* (1964, 170) an. Es folgt aus Postulat 2.4 bzw. ist ihm logisch äquivalent. Ich führe es dennoch als selbständiges Postulat ein, weil die TF eine ausgezeichnete Stellung innerhalb der Gesetze der Systeme  $S^0, S', S'', \dots$  einnehmen. Weil sie zwischen den Systemen vermitteln, gehören sie jeweils zu beiden Systemen, auch wenn *eine* TF nur einen einseitigen Übergang gestattet.

Zwecks begrifflicher Eindeutigkeit sei noch präzisiert, dass ich im folgenden die in den Postulaten 2.1–2.5 und nur in ihnen gründende Theorie *spezielle Relativitätstheorie* (= spez. R.th.) nenne.

## 3. Die speziellen TF

Für die folgenden Ausführungen knüpfe ich vor allem an die Darstellungen von *A. Einstein* (1921, 78ff.) und *R. Nevanlinna* (1964, 169ff.) an. Man vgl. dazu aber z.B. auch *C. Møller* (1952, 36ff.) und *M. Born* und *W. Biem* (1964, 200ff.).

*Gegeben* seien nach Postulat 2.2:

—  $S^0$ , mit den Koordinatenachsen  $x, y, z, t$ ;

—  $S'$ , mit den Koordinatenachsen  $x', y', z', t'$ .

—  $S^0$  und  $S'$  bewegen sich entlang der  $x'$ - bzw. der  $x$ -Achse. Von  $S^0$  aus gesehen bewege sich  $S'$  in einem Sinn, der positiv heisse. Die TF werden nur für diesen (eindimensionalen) Fall hergeleitet.

— Der Betrag der von  $S^0$  aus gemessenen gleichmässig-gradlinigen Geschwindigkeit von  $S'$  bezüglich  $S^0$  sei  $+v$ .

Ferner seien zum Zeitpunkt  $t_0 = t'_0$   $x_0 = x'_0 = 0$ ;  $y = y' = 0$ ;  $z = z' = 0$ .

Zum Zeitpunkt  $t_0$  werde nun ein Lichtstrahl  $L$  vom Koordinatenursprung von  $S^0$  entlang der positiven (bzw. negativen)  $x$ -Achse gesandt.

*Gesucht* sind die in Postulat 2.5 geforderten TF von  $S^0$  zu  $S'$ . Wegen der zwischen  $S^0$  und  $S'$  bestehenden konstanten gradlinigen Relativgeschwindigkeit  $|v|$  müssen diese TF linear sein.

Wird der Lichtstrahl  $L$  entlang der positiven  $x$ -Achse gesandt, so gilt für  $S^0$   $x = c \cdot t$ ; d.h. die Distanz  $x$ , welche  $L$  in der Zeitspanne  $t$  erreicht, ist gleich  $c \cdot t$ . Umgeformt

$$(1) \quad x - c \cdot t = 0.$$